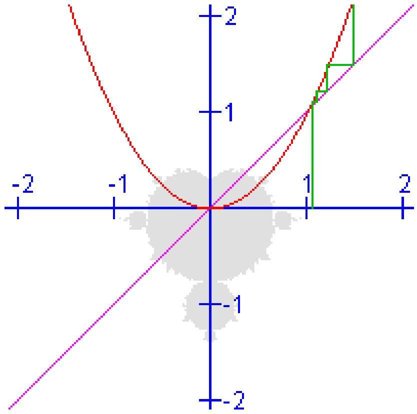
2. De parabool



Op het eerste gezicht lijkt er weinig interessants te ontdekken aan de functie

$$y = x^2.$$

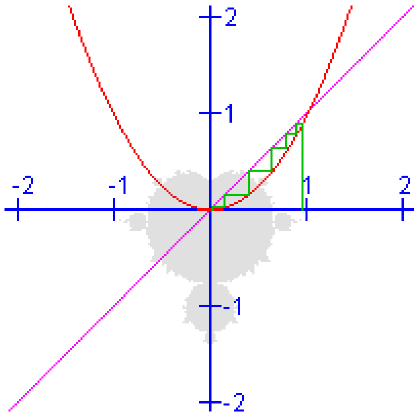
De grafiek ervan is een dalparabool met zijn minimum in de oorsprong.
Het berekenen van de y-waarde gaat heel eenvoudig met een calculator. Voer een getal in, bijvoorbeeld 2 en druk op de kwadraat-toets. De uitkomst is 4, niet erg verrassend. Druk je nu opnieuw op de kwadraat-toets, dan wordt de uitkomst van de eerste berekening gebruikt als invoer voor de tweede, en dat geeft als nieuwe uitkomst 16. Ga je hier mee door, dan krijg je 256, vervolgens 65536, en na nog een paar keer geeft de calculator een foutmelding, omdat de uitkomst te groot wordt.

We noemen dit proces itereren.

ITEREREN: een bewerking uitvoeren op een getal en dan de uitvoer opnieuw als invoer gebruiken.

Start je met het getal 1.5 of 1.01, dan duurt het langer, maar zolang het invoergetal maar groter is dan 1, gaat de uitkomst naar oneindig.

Er is een heel aardige manier om dit itereren grafisch weer te geven. Bedenk dat we telkens voor de nieuwe x de oude y gebruiken. In de figuur is de diagonaal getekend (**x = y**). We starten met een x-waarde, trekken een lijntje vertikaal omhoog tot de parabool (y) en daarna een horizontaal lijntje naar de diagonal (nieuwe x). Dan weer omhoog (of omlaag) tot de parabool, enzovoort.



We zien in de figuur rechtsboven dat de groene lijn wegschiet naar oneindig.
Wanneer we starten met het getal 0.5, ligt dat anders. De eerste uitkomst is dan 0.25, vervolgens 0.0625, enzovoort, in de richting van 0. Dat geldt voor alle getallen kleiner dan 1. Ook hier kan het proces grafisch weergegeven worden met behulp van de diagonaal. Zie de figuur hiernaast.

En het getal 1 zelf? Dat blijft keurig op zijn plaats. Het scheidt het gebied van getallen die door 0 worden aangetrokken van het gebied dat naar oneindig gaat. We noemen het punt 0 een **AANTREKKER**
Het is gemakkelijk in te zien dat voor negatieve startwaarden geldt, dat alle getallen groter dan -1 ook dezelfde aantrekker 0 hebben. Getallen kleiner dan -1 gaan weer naar oneindig.

Samengevat: de parabool $y = x^2$ heeft een aantrekker in het punt x = 0, voor startwaarden tussen -1 en +1.

Nu gaan we kijken wat er gebeurt wanneer we de parabool omhoog of omlaag verplaatsen. Als je je afvraagt wat dit alles met fractals te maken heeft, de "schaduw" van Mandelbrot is niet voor niets zichtbaar in de twee figuren!