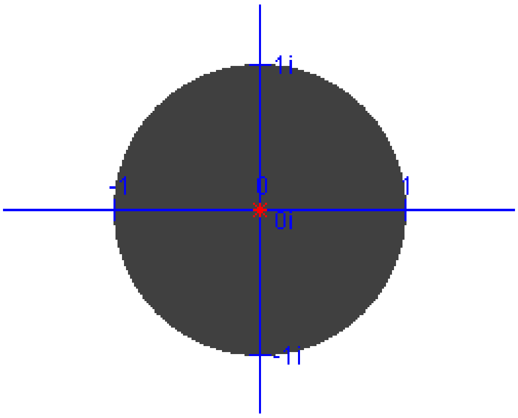
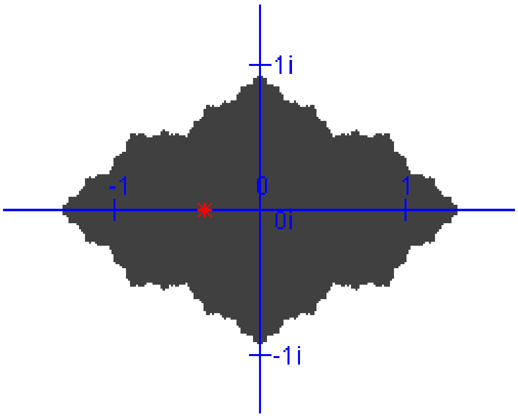
7. Julia Fractals

We zijn nu eindelijk zover dat we echt aan de slag kunnen: we gaan weer onze parabool functie **$y = x^2 + c$** itereren, maar gebruiken nu startwaarden die complex (kunnen) zijn. Voorlopig houden we de waarde van c nog even reëel. Aantrekkingsgebieden zijn nu niet meer stukjes van de getallenlijn, maar gedeeltes van het complexe vlak.

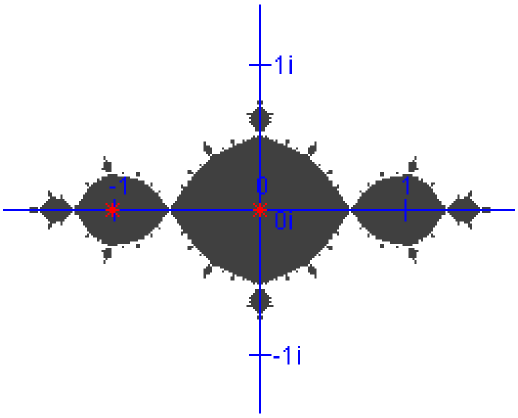


In de figuren hiernaast is het gebied waarin de getallen worden aangetrokken, grijs weergegeven, en de aantrekkers als rode kruisjes.

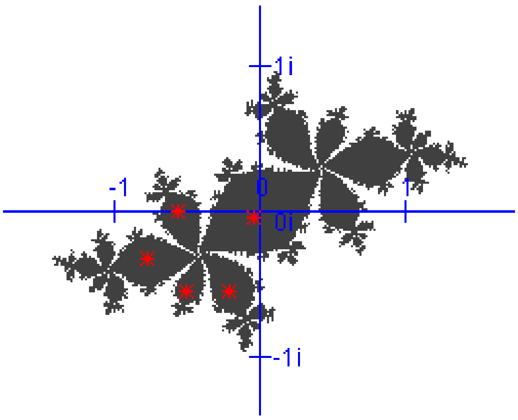
Laten we nog eens kijken naar **c = 0**. Het resultaat is hiernaast weergegeven. Eigenlijk niet erg verrassend. We hadden gezien, dat alle reële getallen tussen -1 en 1 naar het punt 0 werden aangetrokken en we zien nu dat in het complexe vlak alle getallen naar nul worden aangetrokken die een lengte hebben kleiner dan 1.



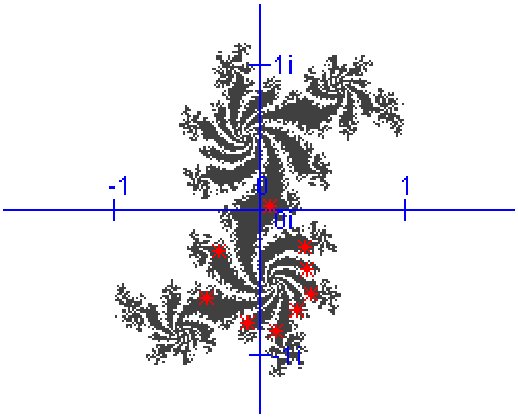
Het wordt interessanter wanneer we kijken naar **c = - 0.5** We hadden daar gevonden dat alle reële getallen tussen -1.336 en 1.336 aangetrokken werden door het punt 0.336. En dat is ook in de figuur hiernaast terug te zien. Maar wie verwacht had dat nu alle complexe getallen met lengte 1.336 naar dat punt zouden worden aangetrokken, komt bedrogen uit. Het is een grillige figuur met een rand die er rafelig uitziet. Wanneer je die rand uitvergroot, zul je vinden dat hij fractaal is, dezelfde rafeligheid blijft bestaan.



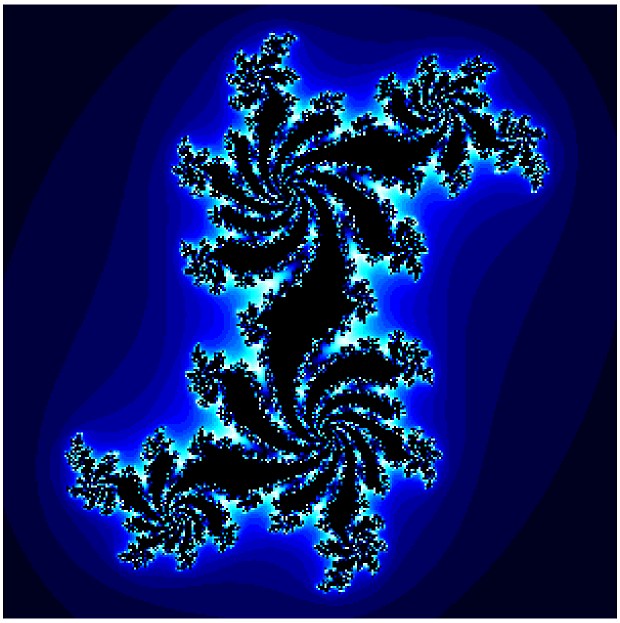
Nog verrassender wordt het bij de derde situatie die we bekeken hadden, **c = - 1**. Daar hadden we een dubbele aantrekker gevonden met waardes 0 en -1. En die vinden we hier wel terug , maar grillig is duidelijk te zwak uitgedrukt voor de figuur hiernaast. Doen de 'spruitjes' je niet een beetje aan Mandelbrot denken? Dit soort figuren worden **Julia fractals** genoemd, naar de Franse wiskundige Gaston Julia, die in het begin van de vorige eeuw (en dus zonder computers!) voor het eerst onderzoek deed op dit gebied



Julia fractals zijn dus de gebieden van punten in het complexe vlak, voor een gegeven waarde van c, die bij itereren niet naar oneindig gaan.
Wat gebeurt er wanneer we ook voor c zelf een complex getal kiezen? Links zie je het resultaat voor **Re(c) = - 0.5** en **Im(c) = 0.55** De grilligheid neemt verder toe. Nu is ook de aantrekker (een vijfdubbele in dit geval) zelf complex.



Nog een voorbeeld, voor **Re(c) = 0.325** en **Im(c) = 0.417**. De figuur lijkt een beetje op een dubbele draak en heeft een negenvoudige aantrekker.
Het fractale karakter is hier wel heel erg duidelijk te zien.



Zoals gezegd, punten die liggen buiten het donkere gebied gaan bij itereren naar oneindig, en des te sneller naarmate ze verder naar buiten liggen. Dit levert een boeiende manier om kleur te geven aan de Julia Fractal. We kleuren de fractal zelf zwart, en in het buitengebied bepalen we voor elk punt hoeveel keer itereren er nodig zijn, voordat de uitkomst van het itereren (een complex getal) een lengte heeft die groter is dan een gekozen grenswaarde. We geven dat punt dan een kleur die afhangt van dit aantal iteraties.
Op die manier is de figuur hiernaast ontstaan. De c-waarde is dezelfde als in de figuur hierboven
Naarmate het langer duurt voor het itereren bovengenoemde grens overschrijdt, wordt de kleur witter.

Op deze manier ontstaan visueel zeer aantrekkelijke plaatjes.

Met de Julia Applet hieronder kun je zelf nu naar hartelust op onderzoek uitgaan. Lees eerst de toelichting hieronder.

Julia Applet

Je kunt zelf de reële en imaginaire waarde van c invoeren.
Wanneer je op dan 'Set' klikt, wordt de bijbehorende Juliafractal getekend.
Maar uiteraard alleen dan wanneer er bij die waarde van c een aantrekkingsgebied bestaat! Als dat niet het geval is zul je dus wel nog wat kleuren zien, maar geen zwart binnengebied.
Door in de figuur ergens met de linker muisknop te klikken, wordt dat deel uitvergroot. De zoomfactor kun je instellen. Ook het aantal iteraraties is instelbaar. Wanneer je aan het inzoomen bent op de rand van een Fractal, zul je merken dat een groter aantal iteraties nodig is om details te zien.
De detailknop toont de fractal puur wiskundig, met coordinaten en aantrekkers en zonder inkleuring.

Complexe Getallen ← Inhoudsopgave → Julia & Mandelbrot